

2. kolokvij iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

5. januar 2018

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

| | |
|---------------|--|
| Naloga | |
| 1. | |
| 2. | |
| 3. | |
| 4. | |
| Skupaj | |

1. (25) Izračunajte vsa kompleksna števila z , ki hkrati ustrezajo pogojema

$$|\bar{z} - 1| = |z - i| \quad \text{in} \quad |z + 2 + i| = \sqrt{13}.$$

2. (25) Zapišite $w = -\sqrt{3} - i$ v polarni obliki. Nato izračunajte vse kompleksne rešitve enačbe

$$\operatorname{Im} \left(\frac{w^4}{z^5} \right) = \frac{1}{4},$$

za katere je $|z| = 2$. Koliko je (različnih) rešitev? Dobljenih rešitev ni potrebno eksplicitno zapisati.

3. (25) Dana je funkcija s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x < -1, \\ -(\ln(x + 2) + 2)^2, & x \geq -1. \end{cases}$$

- (a) Določite zalogo vrednosti Z_f funkcije f .
- (b) Utemeljite, da je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow Z_f$ obrnljiva in izračunajte njeno inverzno funkcijo.

4. (25) Izračunajte limiti

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 - 3x^3 + x^2} - \sqrt{x^4 + 3x^3 - x}}{x}$