

2. kolokvij iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

17. januar 2020

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Izračunajte vsa kompleksna števila z , ki hkrati ustrezajo enačbama

$$|z^3| = 8 \quad \text{in} \quad \operatorname{Re}((1+i)z^3) = -8.$$

2. (25) Izračunajte limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x - 2} - x}$

(b) $\lim_{x \downarrow 1} \ln(x) \ln(x - 1)$

3. (25) Dana je funkcija $g(x) = \ln\left(\frac{1-x}{3+x}\right)$.

(a) (8) Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije g .

(a) (17) Določite konstanto b tako, da bo $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$, definirana z

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & -3 < x < -1, \\ -x^2 + bx - 1, & x \geq -1, \end{cases}$$

bijektivna in zapišite njeno inverzno funkcijo.

4. (25) Dani sta funkciji

$$f(x) = \frac{x^3 - 5}{x^2 + 3}, \quad g(x) = \left(\frac{3}{5}x - 1\right) \arcsin\left(1 - \frac{1}{x^2}\right).$$

Pokažite, da sta tangenti na grafa funkcij f in g pri $x = 1$ pravokotni in zapišite enačbi obeh tangent.