
Čas pisanja je 90 minut. Dovoljen je A4 list s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. **Naloge naj bodo na polah vidno označene.** Vsi odgovori morajo biti dobro utemeljeni.

Naloga 1 (20 točk). Z uvedbo nove spremenljivke $t = \sin x$ izračunajte integral

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 8}{\tan x(4 + \sin^2 x)} dx.$$

Naloga 2 (20 točk). Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo, če graf funkcije

$$f(x) = \sqrt{5x^9 \cos\left(\frac{1}{2}x^5\right)}$$

zavrtimo okoli abscisne na intervalu $[0, \sqrt[5]{\pi}]$.

Naloga 3 (20 točk). Naj bo A obrnljiva kvadratna matrika. Pri katerem pogoju ima matrična enačba

$$3X + A = 2A^{-1}X$$

le eno rešitev? Zapišite to rešitev.

Izračunajte matriko X še v posebnem primeru, ko je $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$.

Naloga 4 (20 točk). Izračunajte lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Naloga 5 (20 točk). Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y' + xy = 2 \frac{x}{y}$$

in določite tisto rešitev, ki zadošča začetnemu pogoju $y(0) = -2$.

Namig: Nova spremenljivka $z = y^2$.

Veliko uspeha pri reševanju!