

2. kolokvij iz Matematike 2

Fakulteta za strojništvo

2. junij 2017

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Naj bosta A in B kvadratni matriki reda n . V katerem primeru ima matrična enačba

$$AB + AX = X + BA$$

le enolično rešitev? Zapišite jo.

Izračunajte X še v posebnem primeru, ko je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. (25) Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 &= -3 \\2x_1 - 6x_2 + bx_3 - 3x_4 &= a \\-x_1 + 4x_2 + 2x_4 &= 4\end{aligned}$$

Za katere vrednosti parametrov a in b je sistem

- enolično rešljiv,
- nerešljiv,
- nedoločen?

V primeru $a = -7$ in $b = 3$ zapišite vse rešitve.

3. (25) Določite vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Je matrika $4A^{-1} - I$ obrnljiva? Odgovor utemeljite.

4. (25) Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 2y' - 3y = (4x - 1)e^{-3x}.$$

Nato določite tisto rešitev, ki zadošča začetnima pogojevema $y(0) = 7$, $y'(0) = -1$.