

Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

6. september 2019

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, zaporedoma so vredne 20, 20, 15, 20 in 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (10) Izračunajte stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = e^{x^2-y^2} + 2x^2 - 4y^2$$

in jih klasificirajte.

- (10) Poiščite možne vezane funkcije f pri pogoju $y^2 - x^2 = 4$.

2. (a) (10) Zapišite splošno rešitev parcialne diferencialne enačbe

$$f_{xy}(x, y) + f_x(x, y) = y.$$

(b) (10) Dana je zvezno parcialno odvedljiva funkcija $(u, v, w) \mapsto f(u, v, w)$. Naj bo

$$F(t) = f(\cos t, \sin^2 t, e^t \cos t)$$

za vse $t \in \mathbb{R}$. Izračunajte $F'(0)$ in $F'(\frac{\pi}{2})$ (izrazite ju z f_u , f_v in f_w).

3. (15) Izračunajte vrednost integrala

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt[4]{16y}}^2 \frac{1}{2+x^5} dx.$$

Namig: zamenjajte vrstni red integriranja.

4. (a) (10) Ploskev \mathcal{S} naj bo presek valja podanega z $x^2 + y^2 \leq 9$, ravnine $2x + y + z = 3$ in polprostora $x \geq 0$. Natančneje,

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 9, 2x + y + z = 3, x \geq 0\}.$$

Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (2x, -z, y)$ skozi \mathcal{S} . Za normalo izberite vektor s pozitivno z koordinato.

(b) (10) Izračunaj krivuljni integral $\int_K \vec{F} d\vec{r}$, kjer je $\vec{F}(x, y, z) = (xz, y, 2 + xy)$ in je K daljica od točke $A(-1, 1, 3)$ do točke $B(3, 0, 1)$.

5. (25) Ploskev (polsfera) \mathcal{S} naj bo presek sfere $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$ in spodnjega polprostora $z \leq 0$. Natančneje,

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0\}.$$

Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (z, 2xy, x)$ skozi ploskev \mathcal{S} (normala v vsaki točki ploskve \mathcal{S} naj ima negativno z koordinato).

Namig: Gauss. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 t dt = \frac{3\pi}{16}$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 t dt = \frac{8}{15}$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 t dt = \frac{5\pi}{32}$.