

Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

7. februar 2019

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, zaporedoma so vredne 20, 20, 15, 20 in 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Poiščite in klasificirajte vse stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = \frac{5}{2}x^2 - xy + 15x + \frac{1}{75}y^3 - 3y.$$

Zapišite tudi enačbo tangentne ravnine na graf funkcije f v točki $T(1, 0, f(1, 0))$.

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = (y + 1)(z + 1)x \ln(y^2 + z^2) + e^{x^2}.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica V točke $(0, 1)$ in taka funkcija $g : V \rightarrow \mathbb{R}$, da je $g(0, 1) = 1$ in $f(g(y, z), y, z) = e$ za vse $(y, z) \in V$. Izračunajte še $g_y(0, 1)$ in $g_{yy}(0, 1)$.

3. (15) Izračunajte vrednost integrala

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt[3]{8y}}^2 \frac{1}{1+x^4} dx.$$

Namig: zamenjajte vrstni red integriranja.

4. (20) Telo G dobimo tako, da kroglo s središčem v $(0, 0, 1)$ in polmerom 1, izrežemo iz zgornje polkrogle s polmerom 2 in središčem v izhodišču. Natančneje

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \geq 1, z \geq 0\}.$$

Izračunajte maso telesa G , če je njegova gostota $\rho(x, y, z) = |z|$, torej izračunajte

$$m(G) = \int_G \rho(x, y, z) \, dx \, dy \, dz.$$

5. (25) Telo G dobimo tako, da iz valja z osnovno ploskvijo na xy ravnini s polmerom 2 in višino 4, izrežemo manjši valj s polmerom 1 in ga presekamo s prvim oktantom. Natančneje,

$$G = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4\}.$$

Ploskev \mathcal{S} naj bo tisti del površine telesa G , ki sovpada s plaščema obeh valjev skupaj z ravnima stranskima ploskvama (brez osnovnih ploskev zgoraj in spodaj). Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (z, x, xz)$ skozi \mathcal{S} v smeri zunanjih normal.