

## Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

18. januar 2016

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Izračunajte stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = e^{x^2-y^2} + 4x^2 - y^2$$

in jih klasificirajte.

Poiščite možne vezane funkcije  $f$  pri pogoju  $y^2 - x^2 = 1$ .

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = 2xy + ze^{xy} + xz.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica  $U$  točke  $(0, 1)$  in taka funkcija  $g : U \rightarrow \mathbb{R}$ , da je  $g(0, 1) = 1$  in  $f(g(y, z), y, z) = 2$  za vse  $(y, z) \in U$ . Izračunajte še  $g_y(0, 1)$  in  $g_{yy}(0, 1)$ .

3. (20) Izračunajte integral

$$\int_D (x + e^y) dx dy$$

kjer je  $D$  omejeno območje, ki ga omejujeta  $y$  os in parabola  $x + 1 = y^2$ .

*Namig: zunanja integracija po  $y$ .*

4. (20) Naj bo  $G$  telo definirano z

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, \frac{x^2}{4} + y^2 \geq 1, y \geq 0, z \in [0, \pi]\}.$$

Izračunajte

$$\int_G \frac{x \sin z}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz.$$

5. (20) Naj bo  $R > 0$  in naj bo telo  $G$  presek krogle podane z  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$  in neskončnega stožca podanega z  $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ . Torej

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Z  $\mathcal{S}$  označimo ploskev, ki obdaja telo  $G$ . Izračunajte pretok polja  $\vec{F}(x, y, z) = (x^2z, y, x^2y)$  skozi  $\mathcal{S}$ . Za normalo vzemite vektor, ki kaže iz telesa.

*Namig: Gauss in krogelne koordinate.*