

2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

17. januar 2020

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = e^{xy^2z} \sin(xy) + xyz.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica U točke $(1, 1)$ in taka funkcija $g : U \rightarrow \mathbb{R}$, da je $g(1, 1) = 0$ in $f(g(y, z), y, z) = 0$ za vse $(y, z) \in U$. Izračunajte tudi $g_z(1, 1)$ in $g_{zy}(1, 1)$.

2. (25) Izračunajte

$$\int_D (2x + e^{-2y}) \, dx dy,$$

kjer je D trikotnik z oglišči $A(0, 0)$, $B(4, 2)$ in $C(2, 4)$.

Po zadnjem integriranju je potrebno le pravilno vstaviti meje!

3. (25) Naj bo G presek paraboloida podanega z $z \leq -(x^2 + y^2)$ in krogle podane z $x^2 + y^2 + z^2 \leq 6$, torej

$$G = \{(x, y, z) : z \leq -(x^2 + y^2), z \geq -\sqrt{6 - x^2 - y^2}\}.$$

Izračunajte

$$\int_G (x^2 + y^2)z \, dx dy dz.$$

4. (25) Naj bo

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + (y + 1)^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Izračunajte

$$\int_K \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz.$$