

1. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

22. november 2019

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vredne so zaporedoma po 20, 25, 25 in 30 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (20) Dana je funkcija

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 7) \arctan\left(\frac{y}{x}\right).$$

Zapišite in skicirajte definicijsko območje funkcije f . Določite (vsaj en) vektor, ki določa smer najhitrejšega naraščanja funkcije f v točki $(2, -2)$ in izračunajte največji smerni odvod funkcije f v točki $(2, -2)$.

2. (25) Določite in klasificirajte vse stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 16xy.$$

3. (25) Dani sta funkciji

$$f(x, y, z) = z^2 \quad \text{in} \quad g(x, y, z) = 3x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xy - 4xz + 2.$$

Izračunajte vse možne vezane ekstreme funkcije f pri pogoju $g(x, y, z) = 0$.

Pomoč: $3x^2 + 2xy = 3(x + \frac{1}{3}y)^2 - \frac{1}{3}y^2$

4. Naj bo $(u, v) \rightarrow F(u, v)$ dvakrat zvezno parcialno odvedljiva in f sestavljena funkcija

$$(x, t) \rightarrow f(x, t) = F(x + ct, x - ct), \quad c > 0.$$

(a) (20) Pokažite, da je $f_{tt}(x, t) - c^2 f_{xx}(x, t) = -4c^2 F_{uv}(u(x, t), v(x, t))$.

(b) (10) Rešite parcialno diferencialno enačbo $F_{uv}(u, v) = 0$ in zapišite splošno rešitev enačbe $f_{tt}(x, t) = c^2 f_{xx}(x, t)$.