

# 1. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

24. november 2017

A

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (a) (15) Dana je zvezno odvedljiva funkcija  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  ene spremenljivke. Definirajmo funkcijo

$$F(x, y) = \frac{1}{2\sqrt{x-y}} \cdot f\left(\frac{(x+y)^2}{2(x-y)}\right)$$

za  $x > y$ . Pokažite, da je

$$F_x(x, y) + F_y(x, y) = \frac{x+y}{(x-y)^{3/2}} \cdot f'\left(\frac{(x+y)^2}{2(x-y)}\right).$$

(b) (10) Zapišite splošno rešitev enačbe

$$g_{xxz}(x, y, z) - 3g_{xz}(x, y, z) - 4g_z(x, y, z) = 0.$$

*Namig:*  $h(x, y, z) = g_z(x, y, z)$ .

**2.** (25) Naj bo  $f : (u, v) \mapsto f(u, v)$  dvakrat zvezno parcialno odvedljiva funkcija, ki zadošča  $f_u(u, v) = -f_v(u, v)$  za vse  $(u, v)$ . Definirajmo funkcijo

$$F(x, y) = f(xe^{x+2y}, xe^{x-2y}).$$

Izračunajte izraz

$$F_{yy}(x, y) - 2F_y(x, y)$$

in ga izrazite le z  $f_{uu}$ ,  $f_u$ ,  $u$  in  $v$ .

3. (25) Naj bo  $b > 0$ . Poiščite stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^2y + 2} - by$$

in jih klasificirajte.

4. (25) Škatla v obliki kvadra brez vrhnje ploskve in ene izmed stranskih ploskev ima stranice dolžin  $x, y$  in  $z$  ( $x > 0, y > 0, z > 0$ ). Njena površina je enaka  $a$ , natančneje  $a = xy + yz + 2xz$ . Poiščite dolžine stranic, za katere bo imela škatla pri zgornjem pogoju največjo prostornino  $V(x, y, z) = xyz$  in to prostornino tudi izračunajte.