

1. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

25. november 2016

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (a) (10) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = y \ln \left(\frac{xy + z}{z^2 + 1} \right).$$

Izračunajte $f_{xy}(x, y, z)$.

(b) (15) Naj bo $g : (a, b) \rightarrow (a, b)$, $x \mapsto g(x)$, zvezno odvedljiva funkcija in množica $D = (a, b) \times (a, b)$. Naj bo $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f : (u, v) \mapsto f(u, v)$, takšna dvakrat parcialno zvezno odvedljiva funkcija, da je

$$f(x, g(x)) - 3xf_u(g(x), x) = x^3$$

in da je $f_v(x, g(x)) \neq 3xf_{uv}(g(x), x)$ za vse $x \in (a, b)$. Pokažite, da za $x \in (a, b)$ velja

$$g'(x) = \frac{3x^2 - f_u(x, g(x)) + 3f_u(g(x), x) + 3xf_{uv}(g(x), x)}{f_v(x, g(x)) - 3xf_{uv}(g(x), x)}.$$

2. (a)(14) Izračunajte splošno rešitev parcialne diferencialne enačbe:

$$f_{xyyy}(x, y) - 3f_{xyy}(x, y) - 10f_{xy}(x, y) = 0.$$

Namig: $g(x, y) = f_{xy}(x, y)$.

(b)(11) Izračunajte splošno rešitev parcialne diferencialne enačbe:

$$f_{zy}(x, y, z) + \frac{2}{y^3}f_z(x, y, z) = 0.$$

Namig: $g(x, y, z) = f_z(x, y, z)$.

3. (a) (15) Poiščite stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = \ln(x + 1) + \ln(y + 2) - \ln(x + 2) - \ln(x + y)$$

in jih klasificirajte.

(b) (10) Naj bo $a \in \mathbb{R}$. Pokažite, da je točka $(1, 0, a)$ stacionarna točka funkcije

$$f(x, y, z) = axe^{x^3z-y^2-a} - az - ax - 3a^2x.$$

4. (25) Poiščite možne vezane ekstreme funkcije

$$f(x, y) = 4e^{x^3-y^2} - 4y^3 - 2x^2$$

pri pogoju $x^3 - y^2 = 2$, za katere je $x \geq 0$ in $y \geq 0$.