

1. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

27. november 2015

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Naj bo $u(x, y) = e^x \sin y$ in $v(x, y) = e^x \cos y$.

(a) (8) Pokažite, da je $u_x(x, y) = -v_y(x, y)$, $v_x(x, y) = u_y(x, y)$ in izračunajte $u_{xx}(x, y) + v_{xx}(x, y)$.

(b) (17) Naj bosta $(u, v) \mapsto g(u, v)$ in $(u, v) \mapsto f(u, v)$ dvakrat zvezno parcialno odvedljivi funkciji, za kateri velja

$$g_v(u, v) = f_u(u, v).$$

Definirajmo

$$F(x, y) = f(e^x \sin y, e^x \cos y) \quad \text{in} \quad G(x, y) = g(e^x \sin y, e^x \cos y).$$

Pokažite, da je

$$\cos y (G_x(x, y) - F_y(x, y)) - \sin y (G_y(x, y) + F_x(x, y)) = 0.$$

2. (25) Izračunajte splošni rešitvi naslednjih parcialnih diferencialnih enačb:

(a) $f_{yxy}(x, y) + af_{yx}(x, y) = 0$, kjer je $a \neq 0$.

Namig: $g(x, y) = f_{yx}(x, y)$.

(b) $F_{xx}(x, y) - F_x(x, y) - 2F(x, y) = 0$.

Namig: *linearna*.

3. (25) (a) Poiščite stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{3} + \frac{y^2}{2} - \frac{1}{6x^2}$$

in jih klasificirajte.

(b) Izračunajte možne vezane ekstreme funkcije $g(x, y, z) = 4x^2 y + xz$ pri pogoju $x + y + z = 1$.

4. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2 - 4)^2 + (x^2 + y^2 - 1)^2.$$

(a) Pokažite, da na neki okolici U točke $x_0 = 0$ obstaja takšna funkcija g , da je $g(0) = 2$ in je $f(x, g(x)) = 9$ za vse $x \in U$.

(b) Pokažite, da ima funkcija g v $x_0 = 0$ lokalni ekstrem in ga klasificirajte.
Namig: Izračunajte $g'(0)$ in $g''(0)$.