

# 1. kolokvij iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

6. december 2017

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. Za  $x > 0$  je dana homogena linearna diferencialna enačba drugega reda

$$2x^2y''(x) - xy'(x) + y(x) = 0.$$

- (4) Preverite, da je  $y_1(x) = \sqrt{x}$  rešitev zgornje enačbe.
- (11) Z nastavkom  $y(x) = \sqrt{x}u(x)$  prevedite zgornjo enačbo na enačbo  $2xu''(x) + u'(x) = 0$ .
- (10) To enačbo z nastavkom  $v(x) = u'(x)$  prevedite na diferencialno enačbo z ločljivima spremenljivkama, jo rešite in zapišite splošno rešitev prvotne enačbe.

2. (25) Zapišite splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$y' = -2y + z + 3e^{2x}$$

$$z' = -4y + 3z - e^{3x}.$$

3. (25) Zapišite splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$x'(t) = -4x(t) + 6y(t) + 3z(t)$$

$$y'(t) = x(t) - z(t)$$

$$z'(t) = -8x(t) + 10y(t) + 7z(t).$$

4. Kot znano privzemite, da je

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(xy) dy}{1+y^2} = \pi e^{-|x|} \quad \text{in} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+y^2)^2} dy = \frac{\pi}{2}.$$

Naj bo

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(xy)}{(1+y^2)^2} dy.$$

(a) (15) Pokažite, da je

$$F'(x) = -\frac{\pi x}{2} e^{-|x|}.$$

Utemeljite korake izračuna.

(b) (10) Izračunajte  $F(x)$  za  $x < 0$ .