

2. kolokvij iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

11. januar 2016

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (a) (8) Izpeljite, da je

$$\mathcal{L}(x \sin x)(s) = \frac{2s}{(s^2 + 1)^2}.$$

(b) (17) Naj bo dana enačba

$$y'(x) - \int_0^x y(t) \cos(x-t) dt = x \sin(x)$$

pri pogoju $y(0) = 0$. Pokažite, da je

$$\mathcal{L}(y(x))(s) = \frac{2}{s^2(s^2 + 1)}$$

in izračunajte $y(x)$.

Namig in pomoč: konvolucija in $\frac{2}{s^2(s^2 + 1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s^2 + 1}$.

2. (25) Dan je sistem linearnih diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}x''(t) &= 2x(t) - y(t) \\y''(t) &= 3x(t) - 2y(t) - 6e^{2t}\end{aligned}$$

pri pogojih $x(0) = y(0) = 1$, $x'(0) = y'(0) = 2$.

(a) Izračunajte, da je

$$\mathcal{L}(x(t))(s) = \frac{s^2 - 2}{(s - 2)(s^2 + 1)} \quad \text{in} \quad \mathcal{L}(y(t))(s) = \frac{s^2 - 8}{(s - 2)(s^2 + 1)}.$$

(b) Izračunajte $x(t)$ in $y(t)$.

3. (25) Utemeljite, ali dana vrsta konvergira ali divergira

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{26^n (n!)^3}{(3n)!}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + e^{-n^3}}{n}$$

4. (a) (19) Ugotovite, na katerem intervalu vrsta $s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ konvergira in izračunajte njeno vsoto (zapišite vrsto z elementarnimi funkcijami).

(b) (6) Izračunajte vsoti vrst $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$ in $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n(n+1)}$.