

# 1. kolokvij iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

20. januar 2020

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vredne so zaporedoma vredne 25, 25, 30 in 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Rešite sistem linearnih diferencialnih enačb

$$y''(t) + y'(t) + z'(t) + z(t) = 0$$

$$z''(t) + y'(t) + z'(t) + y(t) = 0$$

pri pogojih  $y(0) = 0, y'(0) = 1, z(0) = 0$  in  $z'(0) = -1$ .

2. (25) Za  $a > 0$  definiramo

$$F(a) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-3x}}{x} dx.$$

S pomočjo odvajanja po  $a$  izračunajte  $F(a)$ .

*Dodatno navodilo: Korake izračuna natančno utemeljite. Pri tem lahko kot znano dejstvo uporabite, da je  $F(a)$  konvergenten integral.*

- 3. (a)** (15) Naj bo  $f(x) = \sin(2x)$  in  $g(x) = \sin(3x)$ . Izračunajte konvolucijo  $(f * g)(x)$ .  
*Pomoč:*  $\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$ .

- (b)** (15) Naj bo  $\Gamma$  Gama funkcija. Izpeljite enakost  $\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x)$  za  $x > 0$ .

4. (a) (5) Izračunajte  $\mathcal{L}(x \cos(3x))$ .

(b) (10) Utemeljite, da vrsta

$$s = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n-2)}$$

konvergira. Izračunajte delno vsoto  $s_4$  iz prvih štirih členov vrste in ocenite napako  $|s - s_4|$ .

(c) (5) Utemeljite ali vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n!}$$

konvergira ali divergira.