

## Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

24. april 2014

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Raziščite konvergenco vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^t}$$

glede na  $x \in \mathbb{R}$  in  $t \in \mathbb{R}$  (ugotovite, za katere  $x \in \mathbb{R}$  in  $t \in \mathbb{R}$  vrsta absolutno konvergira, za katere konvergira pogojno in za katere divergira).

*Namig: Začnite s kvocientnim kriterijem.*

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x \in (0, 2] \\ x + 1 & ; x \in (2, 3] \end{cases}$$

Razvijte funkcijo  $f(x)$  v Fourierovo vrsto  $F(x)$  **po sinusih** na  $[0, 2) \cup (2, 3)$  in skicirajte graf funkcije  $F(x)$  za vse  $x \in \mathbb{R}$ . Nato izračunajte še  $F(2)$ .

*Namig:* Razširite  $f$  do lihe funkcije na  $[-3, 3] = [a, b]$ .

3. (20) Rešite linearno diferencialno enačbo

$$y'' - 3y' - 4y = 50e^x \sin(x)$$

pri pogojih  $y(0) = 1$  in  $y'(0) = -1$ .

4. (25) Izračunajte splošno rešitev homogenega linearnega sistema diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}y' &= y - 4z, \\z' &= -3y + 5z.\end{aligned}$$

5. (20) Pokažite, da funkcija

$$y(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \cos t) dt,$$

zadošča Besselovi diferencialni enačbi

$$xy''(x) + y'(x) + xy(x) = 0.$$

*Namig:* V integralu  $\int_0^\pi \sin(x \cos t) \cos t dt$  uporabite metodo *per-partes*.