

1. kolokvij iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

26. november 2014

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) S primernim kriterijem ugotovite, ali vrste konvergirajo ali divergirajo:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(3 + \frac{1}{n})^n},$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n)},$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\ln n}}.$$

2. (25) Utemeljite, da vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-2} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots$$

konvergira in izračunajte njeno vsoto.

Pomoč: $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$ in

$$\int \frac{Bx + C}{x^2 - x + 1} dx = \frac{B + 2C}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2x - 1}{\sqrt{3}} + \frac{B}{2} \ln(x^2 - x + 1) + D.$$

3. (25) Določite konvergenčni interval vrste $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$ in izračunajte njeno vsoto (zapišite vrsto z elementarnimi funkcijami).
Namig: dvakratna integracija.

4. (25) S pomočjo Taylorjevega razvoja zapišite integral

$$I(x) = \int_0^x \ln(1 + t^2) dt$$

v obliki potenčne vrste. Pri tem korake v izračunu natančno utemeljite. Nato približno izračunajte $I(\frac{1}{2})$ s pomočjo prvih dveh neničelnih členov dobljene vrste in ocenite absolutno vrednost napake pri tem izračunu.