

Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

30. junij 2017

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. Za $x > 1$ je dana homogena linearna diferencialna enačba drugega reda

$$(x^3 - x^2)y''(x) - x^2y'(x) + 2y(x) = 0.$$

- (2) Preverite, da je $y_1(x) = x^2$ rešitev zgornje enačbe.
- (8) Z nastavkom $y(x) = x^2u(x)$ prevedite zgornjo enačbo na enačbo $(x^2 - x)u''(x) + (3x - 4)u'(x) = 0$.
- (10) To enačbo z nastavkom $v(x) = u'(x)$ prevedite na diferencialno enačbo z ločljivimi spremenljivkami, jo rešite z metodo parcialnih ulomkov in zapišite splošno rešitev prvotne enačbe.

2. (20) Izračunajte splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}y'(x) &= y(x) + 2z(x) + e^{3x} \\z'(x) &= 6y(x) - 3z(x)\end{aligned}$$

3. (20) Dana je enačba

$$xy'(x) + 3 \int_0^x y(t)e^{-3(x-t)} dt = 2x.$$

Označite $Y(s) = \mathcal{L}(y(x))(s)$ in izračunajte $Y(s)$.

Namig in pomoč: $\mathcal{L}(xy(x))(s) = -(\mathcal{L}(y(x))(s))'$, konvolucija in rešite dobljeno linearno diferencialno enačbo.

4. (a) (15) Za $x \in \mathbb{R}$ naj bo

$$F(x) = \int_{2x}^{5x+3} (5x - t)f(t) dt,$$

kjer je f zvezno odvedljiva funkcija na \mathbb{R} . Izračunajte $F''(x)$ za $x \in \mathbb{R}$.

(b) (5) V primeru, ko je $f(x) = x$ za vse $x \in \mathbb{R}$, izračunajte prevoje funkcije F .

5. (a)(16) Ugotovite, kakšen je konvergenčni radij vrste

$$s(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2)x^n}{n-1}$$

in izračunajte njeno vsoto.

(b) (4) Izračunajte vsoto vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+2)}{3^n(n-1)}$$