

Izpit iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

12. februar 2016

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Poiščite vsa kompleksna števila z , ki rešijo enačbo

$$\bar{z} - 3z = 2z^2 + \bar{z}^2 + 5.$$

2. (20) Dana sta vektorja \vec{a} in \vec{b} , za katera je $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$ in $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$. Poiščite vse takšne vektorje \vec{c} , da bo \vec{c} pravokoten na \vec{b} , njegova pravokotna projekcija na $\vec{a} \times \vec{b}$ enaka $2\vec{a} \times \vec{b}$ in $|\vec{c}| = 10\sqrt{3}$.

3. (20) Dani sta premici

$$p_1 : \vec{r}(t) = (1, 0, 0) + t(2, 0, 3), \quad p_2 : \vec{r}(t) = (1, 1, 0) + t(a, 0, 2).$$

(a) Določite a tako, da bosta premici p_1 in p_2 vzporedni.

(b) Poiščite enačbo ravnine, ki vsebuje premici p_1 in p_2 .

(c) Poiščite enačbo premice p_3 , tako da bo p_3 vzporedna premicama p_1 in p_2 in bo p_2 zrcalna slika premice p_1 pri zrcaljenju čez premico p_3 .

4. (a) (10) Izračunajte limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} + \frac{\ln(1-x)}{x^2} \right)$$

(b) (10) Pokažite, da funkcija $f(x) = x^2 e^{-2x} \ln x$ zadošča enačbi

$$f''(x) + 4f'(x) + 4f(x) = e^{-2x}(2 \ln x + 3).$$

5. (20) Dani sta funkciji $f(x) = -\arctan(e^{2x+1} - 1)$ in $g(x) = x^2 \arctan(e^{2x+1} - 1)$.

(a) Izračunajte $f'(x)$ in $g'(x)$.

(b) Izračunajte kot med krivuljama $y = f(x)$ in $y = g(x)$.