

2. kolokvij iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

6. januar 2017

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Za dana vektorja \vec{p} in \vec{q} velja: $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$ in $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$. Vektorji $\vec{a} = \vec{p}$, $\vec{b} = 2\vec{p} \times \vec{q}$ in $\vec{c} = \lambda\vec{q} + \vec{p} \times \vec{q}$ določajo paralelepiped. Izračunajte parameter λ , da bo prostornina paralelepipeda enaka 2. Izračunajte še ploščino paralelograma, določenega z vektorjema \vec{b} in \vec{c} .

2. (25) Premica p je določena s točkama $A(1, 2, -1)$ in $B(-1, 2, -4)$, ravnina Π pa dana z enačbo $x - y + 2z = 13$.

(a) Zapišite enačbo premice q , ki je pravokotna projekcija premice p na ravnino Π .

(b) Zapišite enačbo ravnine Σ , ki vsebuje premico q in je pravokotna na ravnino Π .

3. (25) Dana je funkcija s predpisom $g(x) = e^{\sqrt{\ln(x^2)}}$.

(a) Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije g .

(b) Določite zalogo vrednosti funkcije s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} -(x+1)^2, & x < -1, \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, & -1 \leq x < 1, \\ g(x), & x \geq 1. \end{cases}$$

Utemeljite, da je funkcija f obrnljiva in izračunajte njeno inverzno funkcijo.

4. (25) Brez uporabe l'Hospitalovega pravila izračunajte limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \cdot \sin(3x)}{3 - \sqrt{x^2 + 9}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 1} + \frac{\sqrt{9x^2 - 4x + 1}}{3 - x} \right)$