

2. kolokvij iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

17. januar 2019

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Naj bo $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$.

(a) Izračunajte w^{44} .

(b) Izračunajte vsa kompleksna števila z , ki hkrati ustrezajo enačbama

$$\left| \frac{z - i}{\bar{z} + 3i} \right| = 1 \quad \text{in} \quad \text{Im} \left(\frac{z^2}{1 + i} \right) = \text{Re} (w^{44})$$

2. (25) Izračunajte limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{5x} - 5}{x^3 - 125}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin 2x} - \cot 2x \right)$

3. (25) Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{Z}_f$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (x - 1)^2, & x \leq 0 \\ 2x + 1, & 0 < x < 1 \\ e^{\frac{x-1}{x+2}} + 2, & x \geq 1, \end{cases}$$

- določite zalogo vrednosti \mathcal{Z}_f funkcije f in
- utemeljite, da je funkcija f obrnljiva in zapišite predpis za njeno inverzno funkcijo.

4. (25) Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{1}{(1 + e^x)^2}.$$

(a) Zapišite enačbo tangente na graf funkcije f v točki $T(-\ln 2, y_0)$.

(b) Izračunajte in poenostavite vrednost izraza

$$(1 + e^x)^2 f''(x) + 2e^x (1 + e^x) f'(x) + 2e^x f(x).$$