

2. kolokvij iz Matematike 2

Fakulteta za strojništvo

5. junij 2019

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Rešite matrično enačbo $(A + X)^2 - 2B = X^2 + (A + 3I)X$.

2. (25) Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{array}{rcccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 8 \\ 3x_1 & + & 8x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 27 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & 4x_4 & = & 13 \\ -3x_1 & - & 6x_2 & + & ax_3 & + & 3x_4 & = & -23 \\ 2x_1 & - & 6x_2 & + & 7x_3 & + & (a-12)x_4 & = & 1 \end{array}$$

(a) Za katere vrednosti parametra a je sistem

- enolično rešljiv,
- nerešljiv,
- nedoločen?

(b) Pri kateri vrednosti parametra a je $x_3 = 1$? V tem primeru izračunajte rešitev sistema.

3. (25) Dana je matrika $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ -6 & -12 & -4 \end{bmatrix}$.

(a) Izračunajte lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A .

(b) Dokažite, da so dobljeni lastni vektorji linearno neodvisni.

4. (25) Izračunajte rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \sin x \cdot y = \frac{3 \sin(2x)}{y^2},$$

ki ustreza pogoju $y(\frac{\pi}{2}) = 2$.