

## Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

27. januar 2017

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. Dana je funkcija  $f(x, y) = x^3 + xy + y^2 - x$ .

(a) (14) Določite stacionarne točke funkcije  $f$  in jih klasificirajte.

(b) (6) Zapišite Taylorjev polinom tretje stopnje funkcije  $f$  razvit okoli točke  $(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ .

2. (a) (12) Izračunajte splošno rešitev parcialne diferencialne enačbe

$$f_{xz}(x, y, z) - 3f_x(x, y, z) = 3z.$$

*Namig:*  $g(x, y, z) = f_x(x, y, z)$  in linearna enačba. Partikularno rešitev poiščite s primernim nastavkom ali z "variacijo konstant".

(b) (8) Naj funkcija  $(x, t) \mapsto u(x, t)$  zadošča enačbi  $u_{tt}(x, t) = c^2 u_{xx}(x, t)$ , kjer je  $c > 0$ . Za funkcijo

$$U(x, y) = u\left(x, \frac{y}{c}\right)$$

izračunajte  $U_{yy}(x, y) - U_{xx}(x, y)$ .

3. (20) Izračunajte integral

$$\int_D x^2 \cos(xy) dx dy,$$

kjer je  $D$  trikotnik z oglišči  $(0, 0)$ ,  $(0, \frac{\pi}{2})$ ,  $(1, \frac{\pi}{2})$ .

4. (20) Naj bo telo  $G$  presek stožca podanega z neenačbo  $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ , krogle podane z neenačbo  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  v drugem oktantu. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G z \, dx \, dy \, dz.$$

5. (20) Telo  $G$  naj bo oblike valjastega silosa s polmerom  $R$ , višino  $h$  valjastega dela in streho v obliki pokončnega stožca z naklonom  $\pi/4$ . V matematičnih oznakah je

$$G = \{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq h + R - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Naj bo  $\mathcal{S}$  (celotna) ploskev, ki obdaja telo  $G$ . Izračunajte pretok vektorskega polja  $\vec{F}(x, y, z) = (x^3, 2y, 3y^2z)$  skozi ploskev  $\mathcal{S}$  (normala naj bo v vsaki točki ploskve usmerjena navzven iz telesa).