

2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

6. januar 2017

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vredne so zaporedoma 25, 20, 20 in 35 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = (x + 1)(y + 1)z \ln(x^2 + y^2) + z^2.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica U točke $(0, 2)$ in taka funkcija $g : U \rightarrow \mathbb{R}$, da je $g(0, 2) = 1$ in $f(g(y, z), y, z) = 4$ za vse $(y, z) \in U$. Izračunajte še $g_y(0, 2)$ in $g_{yy}(0, 2)$.

2. (20) Naj bo G piramida omejena z ravnino $2x - y + z = 2$ in koordinatnimi ravninami $x = 0$, $y = 0$ in $z = 0$. Izračunajte

$$\int_G (x + y) \, dx dy dz.$$

Namig: Za boljšo predstavo izračunajte presečišča ravnine $2x - y + z = 2$ s koordinatnimi osmi.

3. (20) Krogu podanem z $x^2 + y^2 \leq 4$ odstranimo notranjost kroga podano z $x^2 + (y + 1)^2 < 1$. Območje D je presek tako dobljenega območja in leve polravnine. Natančneje,

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + (y + 1)^2 \geq 1, x \leq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_D x(x^2 + y^2) dx dy.$$

4. (a) (15) Naj bo $R > 0$. Telo G naj bo presek krogle podane z $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ in neomejenega stožca z vrhom v izhodišču $(0, 0, 0)$. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Izračunajte volumen telesa G .

Namig: krogelne koordinate.

(b) (20) Telo G_1 naj bo presek krogle podane z $x^2 + y^2 + z^2 \leq 20$, paraboloidom in prvim oktantom. Natančneje,

$$G_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 20, z \geq x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_{G_1} xz \, dx dy dz.$$

Namig: cilindrične koordinate in izračunajte presek sfere in robne ploskve paraboloida.