

## 2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

7. januar 2015

A

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = 2x^2y + z^2e^{yz} + y^2z.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica  $U$  točke  $(1, 0)$  in taka funkcija  $g : U \rightarrow \mathbb{R}$ , da je  $g(1, 0) = -1$  in  $f(x, y, g(x, y)) = 1$  za vse  $(x, y) \in U$ . Izračunajte še  $g_x(1, 0)$ ,  $g_y(1, 0)$  in  $g_{xy}(1, 0)$ .

2. (25) Označimo

$$\int_1^2 e^{-3x^2} dx = C_1, \quad \int_1^2 x^2 e^{-3x^2} dx = C_2.$$

Izračunajte integral (izrazite ga s  $C_1$  in  $C_2$ )

$$\int_D x^2 y e^{-xy} dx dy,$$

kjer je območje  $D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3x\}$ .

3. (25) Naj bo  $G$  območje v prvem kvadrantu ravnine, ki je omejeno s krožnico  $x^2 + y^2 = 1$ , elipso  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  in koordinatnima osema. Natančneje,

$$G = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy.$$

*Namig:*

$$\int \frac{1}{(4 + 5t^2)^2} dt = \frac{t}{8(4 + 5t^2)} + \frac{\sqrt{5}}{80} \arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{2} t\right) + C.$$

4. (25) Naj bo  $R > 0$ . Naj bo  $G$  del krogle  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ , ki leži v uniji prvega in drugega oktanta. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz.$$