

## 2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

7. januar 2015

B

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

<b>Naloga</b>	
<b>1.</b>	
<b>2.</b>	
<b>3.</b>	
<b>4.</b>	
<b>Skupaj</b>	

1. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = 2x^2y + z^2e^{yz} + y^2z.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica  $U$  točke  $(1, -1)$  in taka funkcija  $g : U \rightarrow \mathbb{R}$ , da je  $g(1, -1) = 0$  in  $f(x, g(x, z), z) = 1$  za vse  $(x, z) \in U$ . Izračunajte še  $g_x(1, -1)$ ,  $g_z(1, -1)$  in  $g_{xz}(1, -1)$ .

2. (25) Označimo

$$\int_1^3 e^{-2x^2} dx = C_1, \quad \int_1^3 x^2 e^{-2x^2} dx = C_2.$$

Izračunajte integral (izrazite ga s  $C_1$  in  $C_2$ )

$$\int_D x^2 y e^{-xy} dx dy,$$

kjer je območje  $D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 2x\}$ .

3. (25) Naj bo  $G$  območje v drugem kvadrantu ravnine, ki je omejeno s krožnico  $x^2 + y^2 = 1$ , elipso  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  in koordinatnima osema. Natančneje,

$$G = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy.$$

*Namig:*

$$\int \frac{1}{(4 + 5t^2)^2} dt = \frac{t}{8(4 + 5t^2)} + \frac{\sqrt{5}}{80} \arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{2} t\right) + C.$$

4. (25) Naj bo  $R > 0$ . Naj bo  $G$  del krogle  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ , ki leži v prvem oktantu. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G x \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz.$$