

## 2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

8. januar 2016

A

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Naj bo  $D$  trikotnik omejen s premicami  $y = x$ ,  $y = \frac{x}{2}$  in  $y = 2x - 2$ . Izračunajte integral

$$\int_D (x + y) dx dy.$$

2. (25) Naj bo  $G$  območje v zgornji polravnini, ki je omejeno z elipsama  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  in  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Natančneje,

$$G = \{(x, y) : y \geq 0, \frac{x^2}{4} + y^2 \geq 1, \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}.$$

Izračunajte

$$\int_G \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy.$$

*Pomoč:*

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x)), \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x)).$$

3. (25) Nekončen valj s polmerom  $R > 0$  preseka z ravninama  $z = 0$  in  $z = -\frac{1}{2}x + 2R$ . Dobljeno telo označimo z  $G$ . Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq -\frac{1}{2}x + 2R\}.$$

Izračunajte integral

$$\int_G (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz.$$

4. (25) Naj bo  $R > 0$ . Naj bo  $G$  del krogle  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ , ki leži v drugem oktantu. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \leq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G (x^2 + y^2)xz \, dx dy dz.$$