

2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

8. januar 2016

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Naj bo D trikotnik omejen s premicami $y = x + 1$, $y = -x + 1$ in $y = 2x - 2$ (ki leži v prvem kvadrantu). Izračunajte integral

$$\int_D (x - y) dx dy.$$

2. (25) Naj bo G območje v levi polravnini, ki je omejeno z elipsama $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ in $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$. Natančneje,

$$G = \{(x, y) : x \leq 0, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, x^2 + \frac{y^2}{4} \geq 1\}.$$

Izračunajte

$$\int_G \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy.$$

Pomoč:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x)), \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x)).$$

3. (25) Neskončen valj s polmerom $R > 0$ preseka z ravninama $z = 0$ in $z = -\frac{1}{2}y + 2R$. Dobljeno telo označimo z G . Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq -\frac{1}{2}y + 2R\}.$$

Izračunajte integral

$$\int_G \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy dz.$$

4. (25) Naj bo $R > 0$. Naj bo G del krogle $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, ki leži v tretjem oktantu. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \leq 0, y \leq 0, z \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_G (x^2 + y^2)yz \, dx dy dz.$$