

2. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

25. januar 2019

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = 3yz^2 - y^3e^{xy} + 2x^2z.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica V točke $(-2, 1)$ in taka funkcija $h : V \rightarrow \mathbb{R}$, da je $h(-2, 1) = 0$ in $f(h(y, z), y, z) = 2$ za vse $(y, z) \in V$. Izračunajte tudi $h_z(-2, 1)$ in $h_{zz}(-2, 1)$.

2. (25) Območje D naj bo presek kroga, s središčem $(0, 0)$ in polmerom 2, območja zunaj kroga s središčem $(1, 0)$ in polmerom 1 (vključno s krožnico) in zgornje polravnine. Natančneje,

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, (x - 1)^2 + y^2 \geq 1, y \geq 0\}.$$

Izračunajte

$$\int_D y \sqrt{(x^2 + y^2)^3} \, dx dy.$$

3. (25) Telo G naj bo presek stožcev $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ in $z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$.
Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Izračunajte maso telesa G , če je njegova gostota $\rho(x, y, z) = x(x - 1) + y^2$, torej izračunajte

$$m(G) = \int_G \rho(x, y, z) \, dx \, dy \, dz.$$

4. (a) (13) Izračunajte integral

$$\int_D e^{x-2y} dx dy,$$

kjer je D trikotnik z oglišči $(0, 0)$, $(1, 0)$ in $(1, 3)$.

(b) (12) Izračunajte krivuljni integral vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (xy, x - y, 2z)$ po krivulji \mathcal{K} podani s parametrizacijo $\vec{r}(t) = (1 - t, t^2, t)$ od točke $A(1, 0, 0)$ do točke $B(0, 1, 1)$.