

## Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

1. februar 2016

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Zapišite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe

$$y''' - 2y'' + 10y' = 9xe^x.$$

2. (20) Izračunajte splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$y'(x) = -3y(x) - 6z(x) + 2e^x$$

$$z'(x) = 2y(x) + 4z(x) - 3e^{2x}$$

3. (20) Pokažite, da funkcija

$$y(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \cos t) dt,$$

zadošča Besselovi diferencialni enačbi

$$xy''(x) + y'(x) + xy(x) = 0.$$

*Namig: V integralu  $\int_0^\pi \sin(x \cos t) \cos t dt$  uporabite metodo per-partes.*

4. (20) Dana je enačba

$$xy(x) - \int_0^x y(t)e^{2(x-t)} dt = x.$$

Označite  $Y(s) = \mathcal{L}(y(x))(s)$  in izračunajte  $Y(s)$ .

*Namig in pomoč:*  $\mathcal{L}(xy(x))(s) = -(\mathcal{L}(y(x))(s))'$ , konvolucija in rešite dobljeno linearno diferencialno enačbo.

5. (20) Izračunajte konvergenčni radij vrste

$$s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2} x^n$$

in izračunajte njeno vsoto.

*Namig in pomoč: V izračunu izpeljite in uporabite*

$$\frac{x^2}{1-x} = -x - 1 + \frac{1}{1-x}.$$