

Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

6. junij 2014

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Raziščite konvergenco vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^t}$$

glede na $x \in \mathbb{R}$ in $t \in \mathbb{R}$ (ugotovite, za katere $x \in \mathbb{R}$ in $t \in \mathbb{R}$ vrsta absolutno konvergira, za katere konvergira pogojno in za katere divergira).

Namig: začnite npr. s kvocientnim kriterijem.

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 2 & ; x \in [0, 2] \\ 4 - x & ; x \in [2, 4] \end{cases}$$

Razvijte funkcijo $f(x)$ v Fourierovo vrsto $F(x)$ na $(0, 4)$ in skicirajte graf funkcije $F(x)$ za vse $x \in \mathbb{R}$. Koliko je $F(8)$?

3. (20) Izračunajte splošno rešitev homogenega linearnega sistema diferencialnih enačb

$$y' = 2y + z,$$

$$z' = 3y + 4z.$$

4. (20) Pokažite, da funkcija

$$y(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \cos t) dt,$$

zadošča Besselovi diferencialni enačbi

$$xy''(x) + y'(x) + xy(x) = 0.$$

Namig: V integralu $\int_0^\pi \sin(x \cos t) \cos t dt$ uporabite metodo per-partes.

5. Dana je integralska enačba

$$y(x) - \int_0^x y(t) e^{x-t} dt = 2x + 3 - 2e^x$$

za $x \in \mathbb{R}$. Pokažite, da je

$$\mathcal{L}(y)(s) = \frac{s+1}{s^2}$$

za $s > 1$ in zapišite rešitev $y(x)$.

Namig: konvolucija.