

Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

7. februar 2019

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Zapišite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe tretjega reda

$$y''' - 3y' - 2y = (-4x + 8)e^x$$

Namig: $\lambda = 2$.

2. (20) Zapišite splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$x'(t) = x(t) + y(t)$$

$$y'(t) = y(t) + 4z(t)$$

$$z'(t) = x(t) - 2z(t).$$

Namig: $\lambda = -1$.

3. (20) Pokažite, da funkcija

$$y(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \cos t) dt,$$

zadošča Besselovi diferencialni enačbi

$$xy''(x) + y'(x) + xy(x) = 0.$$

Namig: V integralu $\int_0^\pi \sin(x \cos t) \cos t dt$ uporabite metodo per-partes.

4. (a) (8) Za funkciji $f(x) = \sin x$ in $g(x) = \cos x$ pokažite, da je konvolucija

$$(f * g)(x) = \frac{1}{2}x \sin(x).$$

(b) (12) Dan je sistem diferencialno-integralskih enačb

$$\begin{aligned} y'(x) + \int_0^x z(t) e^{-2x+2t} dt &= \cos(x), \\ z'(x) + \int_0^x y(t) \sin(x-t) dt &= e^{-2x} \end{aligned}$$

pri pogojih $y(0) = 1$, $z(0) = 2$. Izračunajte $\mathcal{L}(y)(s)$ in $\mathcal{L}(z)(s)$.

5. (20) Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 3 & ; x \in [0, 1] \\ 2 - x & ; x \in (1, 2] \end{cases}$$

Zapišite Fourierovo vrsto F funkcije f in skicirajte graf funkcije F na intervalu $[-4, 4]$. Ali dobljena Fourierova vrsta konvergira enakomerno na \mathbb{R} ?