

## Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

7. september 2018

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Zapišite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe

$$y''' - 6y'' + 5y' = (-6x - 13)e^{2x}.$$

2. (20) Za  $x > 0$  naj bo

$$F(x) = \int_x^{x^2} (3x - t)f(t) dt,$$

kjer je  $f$  zvezno odvedljiva funkcija na  $[0, \infty)$ . Izračunajte  $F''$ .

3. (20) Dana je enačba

$$xy'(x) - 2 \int_0^x y(t)e^{2(x-t)} dt = x.$$

Označite  $Y(s) = \mathcal{L}(y(x))(s)$  in izračunajte  $Y(s)$ .

*Namig in pomoč:*  $\mathcal{L}(xy(x))(s) = -(\mathcal{L}(y(x))(s))'$ , formula za  $(\mathcal{L}(y'(x))(s))$ , konvolucija in rešite dobljeno linearno diferencialno enačbo.

4. (20) Naj bo

$$f(x) = \int_{-1}^1 e^{\frac{x(1-u)}{2}} (1+u) du.$$

(a) Pokažite, da je

$$f(x) = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!(n+1)(n+2)}.$$

*Namig: Substitucija  $v = 1 - u$ .*

(b) Izračunajte konvergenčni radij potenčne vrste iz točke (a) in izračunajte vrednost izraza

$$xf''(x) + (3-x)f'(x) - f(x)$$

na konvergenčnem območju.

5. (20) Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [0, 1] \\ 2 - x & ; x \in [1, 2] \end{cases}$$

Razvijte funkcijo  $f$  v Fourierovo vrsto  $F$  **po sinusih** na  $[0, 2]$  in skicirajte graf funkcije  $F$  na intervalu  $[-6, 6]$ . V katerih točkah funkcija  $F$  ni odvedljiva?