

Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

18. januar 2016

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Zapišite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe

$$y''(x) + 2y'(x) + 10y(x) = e^x \sin(x)$$

2. (20) Izračunajte splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) - 4y(t) + 4z(t) \\y'(t) &= -y(t) + 2z(t) \\z'(t) &= -x(t) + 2y(t) + z(t).\end{aligned}$$

3. (20) (a) (15) Za $x \in \mathbb{R}$ naj bo

$$F(x) = \int_{2x}^{4x+3} (4x - t)f(t) dt,$$

kjer je f zvezno odvedljiva funkcija na \mathbb{R} . Izračunajte $F''(x)$ za $x \in \mathbb{R}$.

(b) (5) V primeru, ko je $f(x) = x$ za vse $x \in \mathbb{R}$, izračunajte prevoje funkcije F .

4. (20) Dana je enačba

$$xy'(x) - \int_0^x y(t)e^{2(x-t)} dt = x.$$

Označite $Y(s) = \mathcal{L}(y(x))(s)$ in izračunajte $Y(s)$.

Namig in pomoč: $\mathcal{L}(xy(x))(s) = -(\mathcal{L}(y(x))(s))'$, konvolucija in rešite dobljeno linearno diferencialno enačbo.

5. (20) Izračunajte konvergenčni radij vrste

$$s(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{n-1}$$

in izračunajte njeno vsoto.

Namig: Najprej vrsto integrirajte in nato delite z x^2 .

Izračunajte vsoto vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)}$$