

## Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

19. junij 2014

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) S pomočjo Taylorjevega razvoja zapišite funkcijo

$$I(x) = \int_0^x t^2 \cos(t^2) dt$$

v obliki potenčne vrste in zapišite njen konvergenčni interval. Pri tem korake v izračunu natančno utemeljite. Nato približno izračunajte  $I(1)$  s pomočjo prvih treh neničelnih členov dobljene vrste in ocenite absolutno vrednost napake pri tem izračunu (*namig za oceno napake: Leibnitz*).

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [0, 1] \\ 2 - x & ; x \in [1, 2] \end{cases}$$

Razvijte funkcijo  $f(x)$  v Fourierovo vrsto  $F(x)$  **po kosinusah** na  $[0, 2]$  in skicirajte graf funkcije  $F(x)$  za vse  $x \in \mathbb{R}$ . Za katere vrednosti  $x \in \mathbb{R}$  funkcija  $F(x)$  ni odvedljiva?

3. (20) Izračunajte rešitev homogenega linearnega sistema diferencialnih enačb

$$y' = 2y - z,$$

$$z' = y + 4z,$$

ki zadošča pogojev  $y(0) = 0$  in  $z(0) = 4$ .

*Namig:* 1. možnost: prevedba na diferencialno enačbo 2.reda;

2.možnost: Laplaceova transformacija;

3. možnost: lastne vrednosti, lastni in korenski vektorji primerne matrike.

4. (20) Naj bo  $x > 0$  in

$$F(x) = \int_0^x (4x^2 - 5x + t)f(t) dt,$$

kjer je  $f$  dvakrat zvezno odvedljiva funkcija na  $[0, \infty)$ . Izračunajte tretji odvod  $F'''(x)$  (izrazite ga z  $f(x)$ ,  $f'(x)$  in  $f''(x)$ ).

5. (20) Rešite integralsko enačbo

$$y(x) - \int_0^x y(t) \sin(x-t) dt = x^2$$

za  $x \in \mathbb{R}$ .

*Namig: konvolucija.*