

## Izpit iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

21. februar 2020

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vredne so zaporedoma 20, 30, 20, 20 in 10 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Zapišite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe

$$y'' - 6y' + 9y = e^{2x} \sin(x).$$

2. (30) Zapišite splošno rešitev nehomogenega sistema linearnih diferencialnih enačb

$$x'(t) = x(t) - y(t) + z(t) + 2e^{2t}$$

$$y'(t) = -x(t) + 3y(t) - z(t)$$

$$z'(t) = x(t) - y(t) + z(t) - 2e^{2t}.$$

**3. 3. (a)** (10) Naj bo  $f(x) = \sin(5x)$  in  $g(x) = \sin(4x)$ . Izračunajte konvolucijo  $(f * g)(x)$ .

*Pomoč:*  $\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$ .

**(b)** (10) Izračunajte

$$\mathcal{L}\left(\frac{\sin(3x)}{x}\right)(s).$$

4. (20) Za  $t > 0$  definirajmo

$$F(t) = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}t} \frac{1}{\sqrt{t^2 - x^2}} dx.$$

(a) (8) Pokažite, da je  $F(t) = \frac{\pi}{4}$  ta vse  $t > 0$ .

*Namig:*  $\sqrt{t^2 - x^2} = t\sqrt{1 - \left(\frac{x}{t}\right)^2}$ .

(b) (12) Z odvajanjem funkcije  $F$  na dva načina izračunajte integral

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{(\sqrt{1 - x^2})^3} dx.$$

*Namig:* odvajanje funkcije s parametrom in uporaba (a).

5. (10) Naj bo

$$f(x) = \int_{-1}^1 e^{\frac{x(1-u)}{2}} (1+u) du.$$

Pokažite, da je

$$f(x) = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!(n+1)(n+2)}.$$

*Namig:* V izračunu substitucija  $v = 1 - u$ .