

1. kolokvij iz Matematike 4

Fakulteta za strojništvo

25. november 2019

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Za $x > 0$ je dana homogena linearna diferencialna enačba drugega reda

$$x^2 y''(x) + x^3 y'(x) - (3x^2 + 6)y(x) = 0.$$

Preverite, da je $y_1(x) = x^3$ rešitev enačbe. Z nastavkom $y(x) = x^3 u(x)$ izračunajte še eno linearno neodvisno rešitev in zapišite splošno rešitev diferencialne enačbe.

2. (25) Zapišite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe

$$y'''(x) - 4y''(x) + y'(x) + 6y(x) = 3e^{2x}.$$

3. (25) Z metodo lastnih vektorjev izračunajte splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb

$$x'(t) = -4x(t) - y(t)$$

$$y'(t) = x(t) - 2y(t)$$

$$z'(t) = 3x(t) + 7y(t) + z(t).$$

4. (25) Kot znano privzemite, da za $t \geq 0$ velja

$$\int \frac{1}{t + \tan x} dx = \frac{tx + \ln(t \cos x + \sin x)}{t^2 + 1} + C.$$

Dana naj bo funkcija $F(t) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(t + \tan x) dx$. Izračunajte $F''(t)$ in rezultat uporabite za izračun integrala

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{(1 + \tan x)^2} dx.$$